
THEORIETAG

42. Workshop über

**Komplexitätstheorie, Datenstrukturen
und Effiziente Algorithmen**

14. November 2000



GÖTTINGEN

Die *Workshops über Komplexitätstheorie, Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen* — auch *Theorietage* genannt — haben bereits eine lange Tradition. 1987 durch Ingo Wegener in Frankfurt a.M. ins Leben gerufen, finden die Theorietage dreimal jährlich an wechselnden Orten in Deutschland statt und sind über die Jahre zu einer festen Institution geworden. Die Stationen kann man auf einer Webseite der Fachgruppe *Komplexität* der Gesellschaft für Informatik nachlesen: <http://www.informatik.uni-trier.de/GI/TheorieTag/>.

Neben dem Anliegen, den wissenschaftlichen Gedankenaustausch junger Informatiker unter “Konferenzatmosphäre” zu fördern, verfolgten die Theorietage stets auch das Ziel, noch junge Informatik-Fachbereiche oder Arbeitsgruppen in Deutschland bekannt zu machen. Die derzeit im Aufbau befindliche Informatik an der Universität Göttingen nutzt diese Gelegenheit zur Vorstellung. Gleichzeitig bietet sich den Göttinger Studenten des kürzlich eröffneten Studiengangs *Angewandte Informatik* die Möglichkeit, Einblicke in ihre späteren Berufsfelder zu erhalten.

Die Durchführung des Workshops wurde unterstützt durch eine Spende der Sparkasse Göttingen.

Carsten Damm, November 2000

Programm

42. Workshop über Komplexitätstheorie, Datenstrukturen und Effiziente Algorithmen

14. November 2000

Georg-August-Universität Göttingen
Institut für Numerische und Angewandte Mathematik

Veranstaltungsort: Sitzungszimmer des Mathematischen Instituts
Bunsenstraße 3-5

Begrüßung: 09.25 – 09.30 *Carsten Damm (Göttingen)*

Sitzung 1: 09.30 – 11.00

Stefan Edelkamp (Freiburg):

Recent Advances in AI-Planning

Judy Goldsmith (Kentucky), Chris Lusena (Kentucky), Martin Mundhenk (Trier):

Guter Plan ist teuer - Über die Nicht-Approximierbarkeit der optimalen Steuerung
partiell sichtbarer Markoff'scher Entscheidungsprozesse

Alexander Wolff (Greifswald), Michael Thon (Göttingen), Yinfeng Xu (Xi'an):

A Better Lower Bound for Two-Circle Point Labeling

Pause: 11.00 – 11.15

Sitzung 2: 11.15 – 12.50

Hartwig Feldheim (Göttingen):

Parity-OBDDs – eine Datenstruktur für Boolesche Funktionen mit Symmetrieeigen-
schaften

Sandra Zilles (Kaiserslautern): Uniformes Lernen von Klassen rekursiver Funktionen

Karl-Heinz Niggl (Ilmenau):

Higher type recursion, ramification and polynomial time

Mittagspause: 12.50 – 14.15

Sitzung 3: 14.15 – 15.45

Lane A. Hemaspaandra (Rochester), Harald Hempel (Jena):
Algebraic Properties for P-Selectivity

Renate Winter (Halle):
Ein Kryptosystem basierend auf dem Clique-Problem

Jens Gramm (Tübingen), Rolf Niedermeier (Tübingen) Fixed Parameter Tractability of
Minimum Quartet Inconsistency

Pause: 15.45 – 16.00

Sitzung 4: 16.00 – 17.30

Andre Osterloh (Ilmenau):
Oblivious Permutation Routing on the Mesh

Markus Nebel (Frankfurt):
A Uniform Approach to the Analysis of the Horton-Strahler Number of Binary Tree
Structures

Matthias Homeister (Göttingen):
Graphgesteuerte Free Parity-BDDs: Algorithmen und untere Schranken

Ende: gegen 17.30

Recent Advances in AI-Planning

Stefan Edelkamp

One currently very successful trend in deterministic fully-automated planning is heuristic single-state space search. The search space incorporates states as lists of instantiated predicates (also called atoms or fluents) and the success correlates with the quality of the estimate; the more informed the heuristic the better the achieved results. Heuristic search planners have outperformed other approaches on a sizable collection of deterministic domains. In the fully automated track of the AIPS-2000 planning competition chaired by Fahim Baccus (See <http://www.cs.toronto.edu/aips2000> for details.) the System FF (by Hoffmann) was awarded for outstanding performance while MIPS (by Edelkamp and Helmert) was placed shared second.

MIPS uses BDDs to compactly store and maintain sets of propositionally represented states. The concise state representation is inferred in an analysis prior to the search and, by utilizing this representation, accurate reachability analysis and backward chaining are carried out without necessarily encountering exponential representation explosion. MIPS was originally designed to prove that BDD-based exploration methods are an efficient means for implementing a domain-independent planning system with some nice features, especially guaranteed optimality of the plans generated. If problems become harder and information on the solution length is available, MIPS invokes its incorporated directed single state search engines. One is similar to FF and one is constructed by abstraction with pattern data bases. The goal of the latter is to automatically generate heuristics to guide state space search that are defined by distances in an abstract space. In some cases different abstraction yield independent subspaces such that estimates can be added. In our case we compute a pattern data base prior to the search by projecting the state encoding down to some certain number of bits. Then we exhaustively search for distances with respect to the given goal in the abstract space, which will be lower bound estimates for the entire problem. Exponential savings in the search tree sizes allow to completely traverse the abstract planning space and most importantly, even if searching the entire abstract space is memory and time expensive the heuristic estimate is available in almost constant time. After presenting the algorithms and its properties we end up with experiments on benchmark planning problems and draw some concluding remarks.

Guter Plan ist teuer
Über die Nicht-Approximierbarkeit der optimalen Steuerung
partiell sichtbarer Markoff'scher Entscheidungsprozesse

Judy Goldsmith, Chris Lusena, Martin Mundhenk

Partiell sichtbare Markoff'sche Entscheidungsprozesse (partially observable Markov decision processes, POMDPs) sind ein Modell steuerbarer stochastischer Systeme, bei denen der genaue Zustand des Systems nicht unbedingt bekannt ist. Ein solches System wird durch eine endliche Zustandsmenge, deren Partitionierung in Beobachtungsklassen, eine endliche Menge von Aktionen, die in den Zuständen ausgeführt werden können, die Gewinne bzw. Kosten ihrer Ausführung sowie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Folgezustände beschrieben.

Ein Steuerungs-Plan gibt an, welche Aktionen abhängig von Beobachtungen ausgeführt werden. Das Ziel ist es, einen Plan mit maximalem erwarteten Gewinn zu finden. Bertold Brecht¹ vermutete schon lange, dass guter Plan teuer ist.

Für Systeme mit kurzer ("polynomieller") Laufzeit haben wir (mit Eric Allder) bereits gezeigt, dass die mit der Suche nach einem optimalen Plan verbundenen Entscheidungsprobleme vollständig für Komplexitätsklassen NL, PL, P, NP, NP^{PP} und PSPACE sind. Die Komplexitätsunterschiede sind Konsequenzen verschiedener Parameter wie z.B. der Anzahl der Beobachtungsklassen oder strukturelle Einschränkungen der Pläne. Für die NP- und PSPACE-vollständigen Fälle – Suche nach einem optimalen stationären, zeitabhängigen bzw. allgemeinen Plan – konnten wir nun auch die Nicht-Approximierbarkeit zeigen. Für jedes $\varepsilon > 0$ gilt:

- kein in polynomieller Zeit berechenbarer stationärer Plan ε -approximiert einen optimalen stationären Plan, außer wenn $P=NP$,
- kein in polynomieller Zeit berechenbarer zeitabhängiger Plan ε -approximiert einen optimalen zeitabhängigen Plan, außer wenn $P=NP$, und
- der maximale erwartete Gewinn unter allgemeinem Plan kann nicht in polynomieller Zeit ε -approximiert werden, außer wenn $P=PSPACE$.

¹ *Ja, mach nur einen Plan
Sei nur ein großes Licht!
Und mach dann noch 'nen zweiten Plan
Geh'n tun sie beide nicht.*

Bertold Brecht: Dreigroschenoper

A Better Lower Bound for Two-Circle Point Labeling

Alexander Wolff* Michael Thon† Yinfeng Xu‡

Label placement is one of the key tasks in the process of information visualization. In diagrams, maps, technical or graph drawings, features like points, lines, and polygons must be labeled to convey information. The interest in algorithms that automate this task has increased with the advance in type-setting technology and the amount of information to be visualized. An extensive bibliography about label placement can be found at [2].

Here we deal with a relatively new variant of the general label placement problem, namely the two-label point-labeling problem. It is motivated by maps used for weather forecasts, where each city must be labeled with two labels that contain for example the city's name or logo and its predicted temperature or rainfall probability.

We model the problem as follows. Given a set P of n points in the plane, the *two-circle point-labeling problem* consists of placing $2n$ uniform, non-intersecting, maximum-size open circles such that each point touches exactly two circles.

It is known that it is NP-hard to approximate the label size beyond a factor of ≈ 0.7321 [1]. We improve the approximation factors of the previous algorithms from $1/2$ [3] and ≈ 0.51 [1] to $2/3$. We keep the $O(n \log n)$ time and $O(n)$ space bounds of the previous algorithms.

As in [1] we label each point within its Voronoi cell. Unlike that algorithm we explicitly compute the Voronoi diagram, label each point *optimally* within its cell, compute the smallest label diameter over all points and finally shrink all labels to this size.

References

- [1] Z. Qin, A. Wolff, Y. Xu, and B. Zhu. New algorithms for two-label point labeling. In *Proc. ESA'00*, volume 1879 of LNCS, pp. 368–379. Springer, 2000.
- [2] A. Wolff and T. Strijk. A map labeling bibliography. <http://www.math-inf.uni-greifswald.de/map-labeling/bibliography/> 1996.
- [3] B. Zhu and C.K. Poon. Efficient approximation algorithms for two-label point labeling. *Int. Jour. of Computational Geometry and Applications*, 2000. To appear.

*Institut für Mathematik und Informatik, Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, email: awolff@mail.uni-greifswald.de

†Universität Göttingen, email: mithon42@gmx.de

‡School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, People's Republic of China, email: yfxu@xjtu.edu.cn

Parity-OBDDs — eine Datenstruktur für Boolesche Funktionen mit Symmetrieeigenschaften

Hartwig Feldheim
Universität Göttingen
Fachbereich Mathematik

Zusammenfassung

Die wohl bekannteste Datenstruktur zur Schaltkreisverifikation ist die der ordered binary decision diagrams (OBDDs). Sie wurde 1986 von Bryant eingeführt und besitzt recht effiziente Algorithmen zur Erzeugung (Synthese), für den Äquivalenztest und vieles andere. Viele wichtige Funktionen können jedoch nur durch OBDDs mit exponentiell vielen Knoten (in der Variablenzahl) und daher auch exponentieller Laufzeit der Algorithmen dargestellt werden. Dies macht die Suche nach allgemeineren oder alternativen Modellen nötig. Eines dieser verallgemeinerten Modelle sind die Parity-OBDDs, (Mod-2-OBDDs), bei denen das Exklusiv-oder zweier Knotenfunktionen dadurch erreicht wird, daß *beide* Knoten Nachfolger des „rufenden“ Knotens sind. (Es sind also beliebig viele Nachfolger zugelassen.) In diesem Modell stellen die OBDDs den Spezialfall dar, daß jeder Knoten höchstens je einen 0- bzw. 1-Nachfolger hat. Erst drei Jahre nach ihrer Entwicklung wurde von Waack ein Minimierungsalgorithmus vorgeschlagen, der auf der Lösung von linearen Gleichungssystemen beruhte. Es stellte sich heraus, daß die Algorithmen im Vergleich zu denen auf OBDDs nicht nur eine im allgemeinen größere Laufzeit haben, sondern man bei ihrer Verwendung auch auf andere Vorzüge wie z.B. die eindeutige knotenminimale Darstellung verzichten muß.

Neueste Forschungsergebnisse haben gezeigt, daß das bisherige Modell zu allgemein gefaßt war. Die oben genannten Probleme treten erst gar nicht auf bzw. lassen sich teilweise beheben, wenn man von vornherein nur *eine* Sorte Kanten zuläßt. (OBDDs sind dann selbstverständlich im allgemeinen Fall keine speziellen Parity-OBDDs mehr.) Darüberhinaus ergibt sich ein besseres Verständnis für die Eigenschaften des Modells, auf die sich der Vortrag konzentriert: Die Richtung der Kanten spielt keine Rolle mehr, Parity-OBDDs für dieselbe Funktion mit entgegengesetzten Variablenordnungen haben also dieselbe Größe. Der Minimierungsalgorithmus kommt ohne lineare Gleichungssysteme aus und ist schneller als der bisher bekannte, jedoch weiterhin kubisch in der Knotenzahl. Schließlich ist es möglich, eine algorithmisch herstellbare Normalform anzugeben, die allerdings im allgemeinen weiterhin nicht die einzige knotenminimale Darstellung ist.

Literatur

- [1] St. Waack, *On the descriptive and algorithmic power of parity ordered binary decision diagrams*, Proc. 14th STACS 1997, Lecture Notes in Computer Science 1200, pp. 201–212.

Uniformes Lernen von Klassen rekursiver Funktionen

Sandra Zilles
Fachbereich Informatik
Universität Kaiserslautern
Postfach 3049
D - 67653 Kaiserslautern
zilles@informatik.uni-kl.de

Zusammenfassung

Ein klassisches Lernproblem der Induktiven Inferenz besteht darin, jede Funktion aus einer gegebenen Klasse rekursiver Funktionen anhand endlich vieler ihrer Funktionswerte zu identifizieren. Beim *uniformen Lernen* geht es darum, mittels eines einzigen Algorithmus mehrere solcher klassischen Lernprobleme zu lösen. Dazu erhält der Algorithmus als Eingabe eine Beschreibung des jeweiligen Lernproblems, zu dessen Lösung er eine passende Strategie ermitteln soll.

Es läßt sich zeigen, daß weniger die Gestalt sondern eher die Beschreibung der einzelnen Lernprobleme über ihre uniforme Lösbarkeit entscheidet. Gibt man ein bestimmtes Lernkriterium vor (zum Beispiel Lernen im Limes), so lassen sich bei geschickter Wahl der Beschreibungen sogar *alle* lösbaren Lernprobleme auf uniforme Weise durch *einen einzigen* Algorithmus lösen, während bereits die bezüglich des gegebenen Kriteriums „einfachsten“ Lernprobleme nicht anhand beliebiger Beschreibungen uniform lösbar sind.

Weiterhin wird für mehrere Lernkriterien ein großer Einfluß der Hypothesenräume auf die uniforme Lernbarkeit nachgewiesen.

Higher type recursion, ramification and polynomial time

Karl-Heinz Niggl*

It is well-known that by a single use of higher type recursion on notation one can define proper Kalmar-elementary functions. This is due to a certain non-linear use of the “previous function” in the step term of the recursion.

It is shown how to restrict recursion on notation in all finite types so as to characterise the polynomial time computable functions. The restrictions are obtained by using a ramified type structure, and by adding linear concepts to the lambda calculus.

To do so, the type structure is enriched by the formation of types $!\sigma$, called *complete types*; all other types are called *incomplete*. Intuitively, objects of complete types can be used as the pattern for a recursion, or if they are of higher type they can be used in a non-linear way. Objects of higher incomplete types can only be used in a certain linear way. In the style of Gödel's T a system RA of *ramified affinnable* terms is defined. The recursor \mathcal{R}_σ receives the ramified type $\sigma \rightarrow !(!\iota \rightarrow \sigma \rightarrow \sigma) \rightarrow !\iota \rightarrow \sigma$ and is admitted for any $!$ -free σ ; as well, restricted rules for application and for introducing complete types ensure that terms of complete types have no free variables of incomplete types.

Affinability is central to the system and expresses the linearity constraints for bound variables of incomplete types. Affinability is designed such that the system RA is closed under reduction. Strong normalisation for RA and uniqueness of normal forms then follow.

It is shown that for each closed RA-term t of type level 1, one can find a polynomial p_t such that for all numerals \vec{n} , one can compute the normal form $\text{nf}(t\vec{n})$ in time $p_t(|\vec{n}|)$. Thus, t denotes a polynomial time computable function. The converse also holds, as each polynomial time computable function is computed by some RA-term.

References

- [1] S. J. Bellantoni, K.-H. Niggl*, H. Schwichtenberg. Higher type recursion, ramification and polynomial time. *Annals of Pure and Applied Logic*, Vol. 104/1-3, pp. 17-30, July 2000.

*Technische Universität Ilmenau, Institut für Theoretische und Technische Informatik, Fachgebiet Komplexitätstheorie, PF 100565, 98684 Ilmenau, Germany. e-mail: niggl@theoinf.tu-ilmenau.de, URL: <http://eiche.theoinf.tu-ilmenau.de/niggl>.

Algebraic Properties for P-Selectivity

Lane A. Hemaspaandra*
Department of Computer Science
University of Rochester
Rochester, NY 14627-0226, USA

Harald Hempel†
Institut für Informatik
Friedrich-Schiller-Universität Jena
D-07743 Jena, Germany

Abstract

Karp and Lipton, in their seminal 1980 paper [2], introduced the notion of advice (nonuniform) complexity, which since has been of central importance in complexity theory. Nonetheless, much remains unknown about the optimal advice complexity of classes having polynomial advice complexity.

In particular, let P-sel denote the class of all P-selective sets [4]. For the *nondeterministic* advice complexity of P-sel, linear upper and lower bounds are known [1]. However, for the *deterministic* advice complexity of P-sel, the best known upper bound is quadratic [3], and the best known lower bound is the linear lower bound inherited from the nondeterministic case. This paper establishes an algebraic sufficient condition for P-sel to have a linear upper bound: If all P-selective sets are associatively P-selective then the deterministic advice complexity of P-sel is linear. (The weakest previously known sufficient condition was $P = NP$.)

Relatedly, we prove that every associatively P-selective set is commutatively, associatively P-selective.

References

- [1] L. Hemaspaandra and L. Torenvliet. Optimal advice. *Theoretical Computer Science*, 154(2):367–377, 1996.
- [2] R. Karp and R. Lipton. Some connections between nonuniform and uniform complexity classes. In *Proceedings of the 12th ACM Symposium on Theory of Computing*, pages 302–309. ACM Press, April 1980. An extended version has also appeared as: Turing machines that take advice, *L'Enseignement Mathématique*, 2nd series, 28, 1982, pages 191–209.
- [3] K. Ko. On self-reducibility and weak P-selectivity. *Journal of Computer and System Sciences*, 26:209–221, 1983.
- [4] A. Selman. P-selective sets, tally languages, and the behavior of polynomial time reducibilities on NP. *Mathematical Systems Theory*, 13:55–65, 1979.

*lane@cs.rochester.edu. Supported in part by grants NSF-CCR-9322513 and NSF-INT-9815095/DAAD-315-PPP-gü-ab.

†hempel@informatik.uni-jena.de. Supported in part by grant NSF-INT-9815095/DAAD-315-PPP-gü-ab. Work done while visiting the University of Rochester under a NATO Postdoctoral Science Fellowship from the Deutscher Akademischer Austauschdienst's "Gemeinsames Hochschulsonderprogramm III von Bund und Ländern" program.

Ein Kryptosystem basierend auf dem Clique-Problem

Dr. Renate Winter
Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
D-06120 HALLE (Saale)

Möglichkeiten der Geheimhaltung von Informationen während ihrer Übertragung sind im Zeitalter von Computer und Internet unverzichtbar. Der erste Krypto-Algorithmus mit öffentlichem Schlüssel war der Rucksackalgorithmus von Merkle/Hellman. Die Sicherheit beruht auf der NP-Vollständigkeit des Rucksackproblems. Der Algorithmus konnte aufgrund von Schwachstellen in der Rucksack-Transformation von Shamir/Zippel geknackt werden. Ferner ist die Behandlung allgemeiner Rucksackprobleme approximativ gut möglich.

Wir ziehen es daher vor, lieber einen besonders schwierigen Kandidaten aus der Menge der NP-vollständigen Probleme zur Verschlüsselung zu nutzen. Geeignet erscheint hier das Clique-Problem. Versteckt in große Graphen versenden wir den Klartext, wobei ein Knacken des Codes dem Finden einer maximalen Clique in einem großen Graph oder der Entfilzung des Graphen zu einem einfachen Graph mit offensichtlicher maximaler Clique entspricht.

Der reguläre Nachrichtenempfänger kann den erhaltenen Graphen mittels Privatschlüssel soweit abändern, dass sich die maximale Clique einfach bestimmen lässt. Zur leichteren Entfilzung schicken wir dem regulären Empfänger einen Privatschlüssel unter Verwendung des derzeit am weitesten verbreiteten Public-key-Algorithmus (RSA). Die alleinige Verwendung eines Public-key-Algorithmus zur Chiffrierung eines Klartextes erfordert viel Zeit. So übertragen wir nur kurze private Schlüsselemente mit RSA. Längere private Schlüsselteile werden geheim (mit symmetrischen Verfahren) übertragen.

Insgesamt nutzt das Kryptosystem Public-key- wie auch symmetrische Verfahren einerseits, und die Komplexität des Clique-Problems wie auch der Faktorisierung großer Primzahlen andererseits. Der Krypto-Algorithmus wurde unter Verwendung des Bibliothekssystems LEDA implementiert.

Fixed Parameter Tractability of Minimum Quartet Inconsistency

Jens Gramm, Rolf Niedermeier
Wilhelm-Schickard Institut für Informatik (Uni Tübingen)
Sand 13, D-72076 Tübingen
`{gramm|niedermr}@informatik.uni-tuebingen.de`

Für eine gegebene Menge von Spezies ist eine in der Biologie vieldiskutierte Frage, die evolutionäre Verwandtschaft der Spezies festzustellen, z.B. aufgrund von DNS- oder Protein-Sequenzdaten. Die Verwandtschaft wird oft als *evolutionärer Baum* repräsentiert, mit einer 1:1 Zuordnung von Spezies zu Blättern des Baums. Für viele der vorgeschlagenen Modelle sind die daraus resultierenden Probleme *NP*-hart.

Die *Quartett-Methode* ist ein Weg, dieses Problem zu umgehen. Ein Evolutionsbaum wird jeweils nur für eine Vierermenge von Spezies berechnet. Beschränken wir uns auf binäre Bäume ohne ausgewiesene Wurzel, gibt es für vier Spezies drei verschiedene mögliche *Quartett-Topologien*. Haben wir eine solche Quartett-Topologie für jede Vierermenge von Taxa ermittelt, versucht die Quartett-Methode, die erhaltenen Quartett-Topologien zu einem Baum über allen Spezies zu kombinieren. Da die Ermittlung der Quartett-Topologien jedoch fehlerbehaftet sein kann, ergibt sich folgendes Problem. Gegeben eine Menge S von Spezies, eine Quartett-Topologie für jede Vierermenge von Spezies aus S und eine positive ganze Zahl k . Dann ist das *Minimum Quartet Inconsistency* (MQI) Problem die Frage, ob es einen binären evolutionären Baum gibt, so dass sich aus den von diesem Baum induzierten Quartett-Topologien nur k viele von den gegebenen unterscheiden. Das MQI Problem ist *NP*-vollständig.

Wir betrachten das Problem im Kontext der parametrisierten Komplexitätstheorie. Indem wir "globale" Konflikte auf "lokale" zurückführen, zeigen wir, dass das MQI Problem und Varianten davon *fixed parameter tractable* sind. Das heißt, dass im Falle einer kleinen Zahl k von "Fehlern" die Baumkonstruktion effizient möglich ist. Unser Algorithmus hat Laufzeit $O(4.24^k \cdot n + n^5)$ für n Spezies. Desweiteren diskutieren wir Verbesserungen heuristischer Art. Unser Ansatz liefert nicht nur eine Lösung, sondern ermöglicht eine Auswahl *aller* evolutionären Bäume mit der geforderten Eigenschaft.

Oblivious Permutation Routing on the Mesh

Andre Osterloh

Technische Universität Ilmenau
PF 10 05 65, 98684 Ilmenau, Germany
osterloh@theoinf.tu-ilmenau.de

The problem of routing packets through a network is fundamental to the study of parallel computation. The canonical routing problem is that of (*partial permutation*) routing. In this case each processor initially and finally contains (at most) one packet. Many different approaches to solve the permutation routing problem have been studied (e.g. adaptive, hot-potato, cut-through, wormhole, fault-tolerant, local, etc. [GHS98]). In [Val82] the concept of *oblivious* routing was introduced. In this routing strategy the path of each packet is determined only by its source and destination position. It depends not on other packets. This makes oblivious routing simple and attractive.

One of the most studied parallel models with a fixed interconnection network is the d -dimensional mesh-connected processor array. A d -dimensional mesh $M_{d,n}$ of side length n consists of $N = n^d$ processors, where each processor is identified by a d -tuple (p_0, \dots, p_{d-1}) in $[n]^d$. (For $x \in \mathbb{N}$ let $[x]$ be the set $\{0, \dots, x-1\}$.) Two processors $P = (p_0, \dots, p_{d-1})$ and $Q = (q_0, \dots, q_{d-1})$ of $M_{d,n}$ are connected by a bidirectional communication link iff $\sum_{i \in [d]} |p_i - q_i| = 1$.

We give new bounds for oblivious permutation routing on d -dimensional meshes ($d > 1$) of side length n . We present an $O(n^{3/2} \log n)$ algorithm using queue-size 7 for the case $d = 3$ and an $O(n^{d/2} \log n)$ algorithm using queue-size $O(1)$ for $d > 3$. Further we present optimal $O(n^{d/2})$ algorithms using unlimited queue-size.

References

- [Val82] L. G. Valiant. A scheme for fast parallel communication. SIAM Journal on Computing, 11(2):350-361, May 1982.
- [GHS98] Miltos D. Grammatikakis and D. Frank Hsu and Jop F. Sibeyn. Packet Routing in Fixed-Connection Networks: A Survey. Journal of Parallel and Distributed Computing, 54(2):77-132, 1998.

A Uniform Approach to the Analysis of the Horton-Strahler Number of Binary Tree Structures

Markus E. Nebel¹

Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt a. M.

Abstract

Let T be a binary tree, i.e. a tree where each node has at most two descendants. The *Horton-Strahler number* $hs(T)$ is recursively defined by

$$hs(T) := \begin{cases} 0 & : T \text{ is either a leaf or empty} \\ hs(T.l) + 1 & : \text{if } hs(T.l) = hs(T.r) \\ \max(hs(T.l), hs(T.r)) & : \text{otherwise} \end{cases} .$$

Here, $T.l$ (resp. $T.r$) denotes the left (resp. right) subtree of T . The Horton-Strahler number was originally introduced to classify river systems (see [Hor45] and [Str52]) but it has also been adopted in computer science, molecular biology, medicine and other disciplines. In the case of computer science it is of interest with respect to two different areas. First, if you think of any tree like data structure, the Horton-Strahler number specifies the recursion-depth that is needed in order to traverse the tree when an optimized procedure is used. Second, the minimal number of registers needed to evaluate an arithmetic expression \mathcal{E} with unary or binary operators, which is represented as a binary tree $T(\mathcal{E})$ (the syntax-tree), is given by $1 + hs(T(\mathcal{E}))$. There are several papers that present a detailed analysis in order to get results for the Horton-Strahler number of a specific class of trees (see e.g. [FRV79],[FIP86] and [Fra84]).

In the present talk we want to show how methods usually denoted as *analytic combinatorics* can be used in order to derive asymptotical results like the average Horton-Strahler number, the average number of critical nodes etc. for many different classes of binary tree structures by means of a single analysis per parameter. We will rediscover known results but it will also be possible to prove new results like the average Horton-Strahler number of combinatorial tries or the average distance of critical nodes in some classes of trees.

References

- [FRV79] P. FLAJOLET, J.C. RAOULT AND J. VUILLEMIN, *The Number of Registers required for Evaluating Arithmetic Expressions*, Theoretical Computer Science **9**, 99-125, 1979
- [FIP86] P. FLAJOLET AND H. PRODINGER, *Register Allocation for Unary-Binary Trees*, SIAM J. Comput. **15**, 629-640, 1986
- [Fra84] J. FRANÇON, *Sur le nombre de registres nécessaires à l'évaluation d'une expression arithmétique*, R.A.I.R.O. Theoretical Informatics and Applications **18**, 355-364, 1984
- [Hor45] R. E. HORTON, *Erosioned development of systems and their drainage basins, hydrophysical approach to quantitative morphology*, Bull. Geol. Soc. of America **56**, 275-370, 1945
- [Str52] A. N. STRAHLER, *Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topology*, Bull. Geol. Soc. of America **63**, 1117-1142, 1952

¹email: nebel@sads.informatik.uni-frankfurt.de

Graphgesteuerte Free Parity–BDDs: Algorithmen und untere Schranken

Matthias Homeister*

Institut für Numerische
und Angewandte Mathematik
Georg-August-Universität Göttingen
Lotzestr. 16–18, 37083 Göttingen
Germany

Abstract. Ordered Binary Decision Diagrams (OBDDs) sind eine vielfach verwendete Datenstruktur für Boolesche Funktionen. Aufgrund ihrer beschränkten Darstellungskraft ist man jedoch an Verallgemeinerungen interessiert. Graphgesteuerte Free Parity–BDDs verallgemeinern sowohl das etablierte Modell Parity–OBDDs, als auch wohlstrukturierte graphgesteuerte Free BDDs, welche wiederum OBDDs verallgemeinern.

Hier geht es darum, einen Polynomialzeitalgorithmus vorzustellen, der die Knotenzahl eines graphgesteuerten Free Parity–BDDs minimiert und der von Hendrik Brosenne aus Göttingen stammt.

Weiterhin wird eine exponentielle untere Schranke für die Größe von graphgesteuerten Free Parity–BDDs, die die charakteristische Funktion linearer Codes darstellen, vorgestellt.

* Supported by DFG grant Wa 766/4-1