47. Workshop über Komplexitätstheorie, Datenstrukturen und effiziente Algorithmen

(Theorietag)

Friedrich-Schiller-Universität Jena

18. März 2003

Zusammenfassungen der Vorträge

(zusammengestellt von Martin Mundhenk)

Inhalt

One-Way-Kommunikationskomplexität Symmetrischer Boolescher Funktionen

Jan Arpe
Institut für Theoretische Informatik
Universität zu Lübeck, Wallstr. 40, 23560 Lübeck
arpe@tcs.uni-luebeck.de

Zwei Spieler Alice und Bob möchten zu einer Funktion $f : X \times Y \to Z$ einen Funktionswert $f(x, y)$ ermitteln und dabei möglichst wenig Informationen austauschen. Dabei ist $x \in X$ zunächst nur Alice und $y \in Y$ nur Bob bekannt. Die Kommunikationskomplexität $C(f)$ von f ist nun gleich der minimalen Anzahl an Bits, die zwischen Alice und Bob entsprechend eines Protokolls übertragen werden müssen, um f zu berechnen (wir fordern hier nur, dass am Ende des Protokolls *einer* der beiden Spieler das Ergebnis kennen muss). Die Kommunikationsgröße $S(f)$ von f ist gleich der minimalen Anzahl aller Kommunikationsstrings, die in einem Protokoll für f auftreten können.

Beschränkt man die Kommunikation auf die Übertragung eines einzigen Kommunikationsstrings von Alice an Bob (oder von Bob an Alice), so spricht man von One-Way-Kommunikation. Die beiden Versionen der One-Way-Kommunikationskomplexität und -größe bezeichnen wir mit $C^{A\to B}(f)$ bzw. $C^{B\to A}(f)$ und $S^{A\to B}(f)$ bzw. $S^{B\to A}(f)$. Es gilt $C^{A\to B}(f) = \lceil \log_2 S^{A\to B}(f) \rceil$.

Ein Hilfsmittel zur Untersuchung der Kommunikationskomplexität ist die Kommunikationsmatrix M_f, deren Zeilenindizes aus X und deren Spaltenindizes aus Y stammen und deren Einträge die Funktionswerte $f(x, y)$ sind. Es ist bekannt, dass $S^{A\to B}(f)$ gleich der Anzahl verschiedener Zeilen von M_f und $S^{B\to A}(f)$ gleich der Anzahl verschiedener Spalten von M_f ist.

Wir untersuchen die One-Way-Kommunikationskomplexität von Funktionen, deren Kommunikationsmatrizen Hankelmatrizen sind (d. h., deren Einträge nur von der Summe ihrer Indizes abhängen). Es stellt sich heraus, dass Hankelmatrizen, in denen mindestens zwei Zeilen übereinstimmen, eine gewisse Periodizitätseigenschaft besitzen. Hieraus lassen sich Aussagen über den Zusammenhang zwischen der Anzahl verschiedener Zeilen und der Anzahl verschiedener Spalten in Hankelmatrizen gewinnen.

Ist nun $X = \{0, 1\}^m$, $Y = \{0, 1\}^n$ und f eine symmetrische Boolesche Funktion, so gilt Folgendes: Gehen wir davon aus, dass Alice höchstens so viele Eingabebits besitzt wie Bob, dass also $m \leq n$ gilt, so ist stets $S^{A\to B}(f) \leq S^{B\to A}(f)$. Ist zusätzlich $S^{A\to B}(f) < m + 1$, so gilt sogar $S^{A\to B}(f) = S^{B\to A}(f)$. Man beachte, dass diese Aussagen für beliebige Boolesche Funktionen im Allgemeinen falsch sind.

Die Ergebnisse sind Teile einer gemeinsamen Arbeit mit Andreas Jakoby und Maciej Liśkiewicz.

Error-bounded probabilistic computations between MA and AM

Elmar Böhler, Christian Glaßer, Daniel Meister
Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Theoretische Informatik
Würzburg

There are two crucial points when one looks at the definition of BPP:

- a probability limit (i.e., an input is accepted if and only if the probability that some path is accepting is greater than 1/2)
- and a probability gap (i.e., our machine promises that the probability of accepting paths is never within some fixed interval).

What happens if we keep the probability gap but lower the probability limit? It is easy to see that nothing happens if the probability limit is decreased by a polynomial factor. However, if we decrease it by an exponential factor we get a new class which is denoted by SBP (small bounded-error probability).
We study this class and show that it is between MA and AM on the one hand, and between BPP and $\mathrm{BPP}_{\mathrm{path}}$ on the other hand. Moreover, we provide evidence that SBP does not coincide with these and other known complexity classes. In particular, we construct a relativized world where SBP is not contained in Σ_2^p. This provides an oracle under which $\mathrm{BPP}_{\mathrm{path}}$ is not in Σ_2^p.

Communities in Graphs

Michael Brinkmeier

Many applications, like the retrieval of information from the WWW, require or are improved by the detection of sets of closely related vertices in graphs. Depending on the application, many approaches are possible.
In this talk a purely graph-theoretical approach is presented. The *community* of a subgraph H in G is the largest subgraph of maximal edge-connectivity containing H. It is proved that these communities are uniquely determined and that each one is "generated" by a vertex or an edge of the graph. Furthermore, all communities in a graph are the inner nodes of a tree. The leaves of this tree are the nodes of the graph and the root represents the whole graph. This results in a "natural" hierarchy of nodes for an arbitrary (undirected) graph.
A polynomial algorithm is described, constructing the tree of communities. Furthermore two exact "heuristics", constructing the correct result in significantly decreased time, are presented.
Finally, a short overview of possible applications in the fields of information retrieval, clustering and graph drawing, is given.

Michael Brinkmeier
Institut für Technische und Theoretische Informatik
Fakultät für Informatik und Automatisierung
TU Ilmenau

Helmholtzplatz 1
98693 Ilmenau

mbrinkme@tu-ilmenau.de

Almost random graphs with simple hash functions

(Abstract)

Martin Dietzfelbinger
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Technische Universität Ilmenau
`martin.dietzfelbinger@tu-ilmenau.de`

Philipp Woelfel
Lehrstuhl Informatik 2
Universität Dortmund
`woelfel@ls2.cs.uni-dortmund.de`

We describe a simple randomized construction for generating pairs of hash functions h_1, h_2 from universe U to ranges $V = [m] = \{0, 1, \ldots, m-1\}$ and $W = [m]$ so that for every key set $S \subseteq U$, $|S| < (1-\epsilon)m$, the random bipartite graph induced by edge set $\{(h_1(x), h_2(x)) \mid x \in S\}$ on $V \uplus W$ exhibits a structure that is essentially random. The construction combines d-wise independent classes for d a relatively small constant with the well-known technique of random offsets. While keeping the space needed at $O(n^\zeta)$, for $\zeta < 1$ fixed arbitrarily, we obtain a much smaller evaluation time than previous constructions of this kind, which involved Siegel's high-performance hash classes. The main new technique is the combined analysis of the graph structure with the inner structure of the hash functions, as well as a new way of looking at the cycle structure of random graphs. The construction may be applied to improve on Pagh and Rodler's "Cuckoo Hashing" (2001), to obtain a simpler and faster alternative to a recent construction of Östlin and Pagh (2002) for simulating uniform hashing on a key set S, and to the simulation of shared memory on distributed memory machines. Complementing this result, we describe a way of implementing (approximate) d-wise independent hashing without using polynomials.

(Full version to appear at STOC'03)

Ein effizienter Nachweis der Unerfüllbarkeit zufälliger 4-Sat-Formeln unter Verwendung der Max-Cut-Approximation

Andreas Goerdt, Frank Schädlich
Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Informatik
Str. d. Nationen 62, 09111 Chemnitz, Germany
Email: {goerdt, frs}@informatik.tu-chemnitz.de

Es ist bekannt, daß das Erfüllbarkeitsproblem zufälliger k-Sat-Formeln ein Schwellverhalten zeigt: Für jedes k finden wir $C = C(k, n)$ so daß für alle Konstanten $\epsilon > 0$ die Formeln mit höchstens $(C - \epsilon) \cdot n$ vielen Klauseln mit hoher Wahrscheinlichkeit erfüllbar sind, die Formeln mit mehr als $(C + \epsilon) \cdot n$ jedoch nicht. Die Bestimmung des Schwellwertes C ist ein offenes Problem.
Viele der Beweismethoden, die diesen Schwellwert für die erfüllbare Seite approximieren, basieren auf einem effizienten Algorithmus, der mit hoher Wahrscheinlichkeit eine erfüllende Belegung dieser Formeln berechnet. Anders verhält es sich dagegen bei der Nichterfüllbarkeit. Obwohl man durch nichtalgorithmische Erwartungswertberechnungen weiß, daß C durch eine Konstante beschränkt wird, ist für gerade k ist nur ein Algorithmus bekannt, der mit hoher Wahrscheinlichkeit die Nichterfüllbarkeit einer Formel mit mindestens $\mathrm{Poly}(\log n) \cdot n^{k/2}$ vielen Klauseln nachweist. Für ungerade k liegt die Schranke bei $n^{k/2+\epsilon}$ (vgl. [FrGo 2001, GoKr 2001]).
Im Falle $k = 4$ gelingt es uns, die Schranke um den Faktor $\mathrm{Poly}(\log n)$ zu reduzieren. Erstmalig kann ein Algorithmus vorgestellt werden, der für fast alle zufälligen 4-Sat-Formeln mit mindestens $c \cdot n^2$ vielen Klauseln die Nichterfüllbarkeit effizient beweist. Wir gehen davon aus, daß dieses Ergebnis auf alle $2k$-Sat-Formeln mit $c(k) \cdot n^k$ vielen Klauseln übertragen werden kann.
Die Grundidee unseres Algorithmus ist relativ einfach. Wir reduzieren das 4-Sat-Problem auf das Max-Cut-Problem, indem wir jede Klausel $(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4)$ in der Mitte aufspalten und so die Kante x_1x_2–x_3x_4 erzeugen. Bei dem Max-Cut-Problem hat man als Eingabe einen Graphen $G = (V, E)$ und fragt nach einer Partition $V = V_1 \cup V_2$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, so daß die Anzahl der Kanten zwischen V_1 und V_2 maximiert ist. Für zufällige 4-Sat-Formeln ist der entstehende Graph zufällig. Er hat dann einen einen maximalen Schnitt, der mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht wesentlich größer als die Hälfte seiner Kantenzahl ist. Damit *zeigt* die Max-Cut-Approximation von Goemans und Williamson [GoWi 95], daß der maximale Schnitt mit hoher Wahrscheinlichkeit höchstens $(1/2+\delta)/0.87 \cdot |E|$ Kanten und somit deutlich weniger als alle Kanten enthält.
Andererseits erweitern wir die spektralen Untersuchungen aus [GoJu 2002]. Dies

ergibt einen effizienten Algorithmus der beweist, daß jede erfüllende Belegung der Variablen einer zufälligen 4-Sat-Formel mit $c \cdot n^2$ vielen Klauseln einen Schnitt des konstruierten Graphen impliziert, der fast alle Kanten enthält. Die Kombination beider Verfahren liefert für fast alle Formeln mit $c \cdot n^2$ vielen Klauseln einen Widerspruch, aus dem die Nichterfüllbarkeit der Formel folgt.

Literatur

[FrGo 2001] J. Friedman, A. Goerdt. *Recognizing more Unsatisfiable Random 3-Sat Instances efficiently.* In Proc. ICALP 2001, LNCS 2076, 310–321.

[GoJu 2002] A. Goerdt, T. Jurdzinski. *Some Results on Random Unsatisfiable k-Sat Instances and Approximation Algorithms Applied to Random Structures.* In Proc. MFCS 2002, LNCS 2420, 280–291.

[GoKr 2001] A. Goerdt, M. Krivelevich. *Efficient recognition of random unsatisfiable k-Sat instances by spectral methods.* In Proc. 18th STACS, 2001, LNCS 2010, 294–304.

[GoWi 95] M. X. Goemans, D. P. Williamson. *Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming.* J. ACM 42, 1115–1145.

Private Berechnungen und die Anzahl der Randomisierten Spieler

Andreas Jakoby
Universität zu Lübeck

Eine private Berechnung kann wie folgt definiert werden: Gegeben ist eine Kollektion von n Spielern, welche jeweils ein individuelles Geheimnis kennen. Das Ziel einer privaten Berechnung ist es, eine gegebene Funktion, welche von allen Geheimnissen abhängig ist, zu berechnen. Hierbei soll nach Abschluss der Berechnung keiner der Teilnehmer etwas von den Geheimnissen der anderen Spieler gelernt haben, was er nicht auch aus dem Resultat der Funktion und seiner eigenen Eingabe herleiten kann.

Ein Beispiel für eine solche Berechnung ist das Problem der geheimen Abstimmung: Ein Komitee möchte über einen Antrag abstimmen. Hierbei kennt jeder Teilnehmer nur sein eigenes Abstimmungsverhalten. Nach der Abstimmung soll jeder Teilnehmer wissen, ob der Antrag angenommen wurde oder nicht. Jedoch soll kein Teilnehmer zusätzliches Wissen über das Verhalten der anderen Teilnehmer, wie zum Beispiel der Anzahl der Ja- und Nein-Stimmen, gewonnen haben.

Innerhalb einer privaten Berechnung kann jeder Spieler auf private Zufallsbits zurückgreifen. In diesem Vortrag soll die Frage untersucht werden, wie viele der n Teilnehmer auf ihre Zufallsbits zurückgreifen können, wenn die Anzahl r dieser Bits beschränkt ist.

Dieser Vortrag geht auf eine gemeinsame Arbeit mit Maciej Liśkiewicz und Rüdiger Reischuk (STACS 2003) zurück.

Boolean NP-Partitions and Projective Closure

Sven Kosub

Institut für Informatik, Technische Universität München,
Boltzmannstraße 3, D-85748 Garching b. München, Germany
kosub@in.tum.de

When studying complexity classes of partitions we often face the situation that different partition classes have the same component classes. The projective closures are the largest classes among these with respect to set inclusion. In this paper we investigate projective closures of classes of boolean NP-partitions, i.e., partitions with components that have complexity upper-bounds in the boolean hierarchy over NP. We prove that the projective closures of these classes are represented by finite labeled posets. We give algorithms for calculating these posets and related problems. As a consequence we obtain representations of the set classes $\mathrm{NP}(m) \cap \mathrm{coNP}(m)$ by means of finite labeled posets.

Nash Equilibria im KP-Modell

Thomas Lücking
Universität Paderborn
luck@upb.de

Betrachtet man Kommunikationsnetzwerke, auf denen n Agenten ihre Pakete durch ein gemeinsames Netzwerk von ihrer Quelle zu ihrem Ziel schicken und dabei versuchen, ihre privaten (möglicherweise unterschiedlichen) Zielfunktionen zu optimieren, ohne sich mit anderen Agenten abzusprechen, so spricht man von **nichtkooperativen Netzwerken** [5, 8]. Ein sehr bekanntes Beispiel ist das Internet. Ein solches Netzwerk kann mit Hilfe der Spieltheorie als nichtkooperatives Spiel modelliert werden [11]. Die Agenten wählen eine eigene private Strategie. Im Kommunikationsnetzwerk entspricht das einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Pfade von ihrer Quelle zu ihrem Ziel. Ein **Nash Equilibrium** [10] ist ein Zustand in einem solchen System, in dem kein Agent durch einseitiges Ändern seiner Strategie seinen Nutzen verbessern kann.

Im Vortrag betrachten wir ein von Koutsoupias und Papadimitriou eingeführtes, besonders einfaches Netzwerk [7], das nur aus 2 Knoten und m Links besteht, an dem sich jedoch trotzdem wesentliche Aspekte nichtkooperativen Verhaltens beobachten lassen. Das beschriebene Modell ist als **KP-Modell** bekannt und wurde und wird intensiv untersucht [1, 3, 6, 9, 12]. Im Vortrag werden neue Ergebnisse für dieses Modell im Bereich Komplexität und Approximierbarkeit von best-case bzw. worst-case Nash Equilibria vorgestellt [2, 4].

Literatur

[1] A. Czumaj and B. Vöcking. Tight bounds for worst-case equilibria. In *Proceedings of the 13th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA'02)*, pages 413–420, 2002.

[2] R. Feldmann, M. Gairing, T. Lücking, B. Monien, and M. Rode. Nashification and the coordination ratio for a selfish routing game. Technical report, FLAGS-TR-03-23, University of Paderborn, 2003, submitted for publication.

[3] D. Fotakis, S. Kontogiannis, E. Koutsoupias, M. Mavronicolas, and P. Spirakis. The structure and complexity of nash equilibria for a selfish routing game. In *Proceedings of the 29th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP'02)*, pages 123–134, 2002.

[4] M. Gairing, T. Lücking, M. Mavronicolas, B. Monien, and P. Spirakis. Extreme nash equilibria. Technical report, FLAGS-TR-03-10, University of Paderborn, 2002, submitted for publication.

[5] Y.A. Korilis, A.A. Lazar, and A. Orda. Architecting noncooperative networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(7):1241–1251, 1995.

[6] E. Koutsoupias, M. Mavronicolas, and P. Spirakis. Approximate equilibria and ball fusion. In *Proceedings of the 9th International Colloquium on Structural Information and Communication Complexity*, 2002, to appear.

[7] E. Koutsoupias and C. Papadimitriou. Worst-case equilibria. In *Proceedings of the 16th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS'99)*, pages 404–413, 1999.

[8] L. Libman and A. Orda. The designer's perspective to atomic noncooperative networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 7(6):875–884, 1999.

[9] M. Mavronicolas and P. Spirakis. The price of selfish routing. In *Proceedings of the 33rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'01)*, pages 510–519, 2001.

[10] J. Nash. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54(2):286–295, 1951.

[11] M.J. Osborne and A. Rubinstein. *A Course in Game Theory.* The MIT Press, 1994.

[12] T. Roughgarden and E. Tardos. How bad is selfish routing? In *Proceedings of the 41st Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'00)*, pages 93–102, 2000.

Erkennung von Proper-Intervallgraphen in Linearzeit

Daniel Meister
Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Theoretische Informatik
Würzburg

Ein Intervallgraph $G = (V, E)$ ist ein einfacher, endlicher, ungerichter Graph, der ein Intervallmodell besitzt, das heißt, jedem Knoten läßt sich ein abgeschlossenes Intervall der reellen Geraden zuordnen, so daß zwei Knoten in G genau dann adjazent sind, wenn die zugehörigen Intervalle einen nichtleeren Durchschnitt besitzen. Intervallgraphen sind chordal, besitzen also keine induzierten Kreise der Länge mindestens 4. Proper-Intervallgraphen sind Intervallgraphen mit einem Intervallmodell, welches kein Intervall enthält, das in einem anderen echt enthalten ist. Diese Klasse ist gleich der Klasse der Intervallgraphen mit einem Intervallmodell, welches nur Intervalle gleicher Länge enthält; diese Graphen sind auch als Unit-Intervallgraphen bekannt. Ein Graph $G = (V, E)$ ist genau dann ein Proper-Intervallgraph, wenn es eine Ordnung $\sigma = \langle u_1, \ldots, u_n \rangle$ der Knoten von G gibt, so daß für je drei Knoten $u, v, w \in V$ mit $u \prec_\sigma v \prec_\sigma w$ gilt:

$$uw \in E \implies uv \in E \ \wedge \ vw \in E;$$

σ ist dann eine *Proper-Intervallordnung.* Mitte der Neunziger Jahre des letzten Jahrhunderts wurden eine Reihe von Linearzeiterkennungsalgorithmen für Proper-Intervallgraphen entwickelt, die auch BFS-Strategien nutzen.
Rose, Tarjan und Lueker führten 1976 `LexBFS` zur Erkennung chordaler Graphen ein; für einen Graphen als Eingabe berechnet `LexBFS` eine Knotenordnung. Fünfzehn Jahre später verwendete Simon diesen Algorithmus, um durch mehrfache Anwendung Intervallgraphen in Linearzeit zu erkennen. Der angegebene Algorithmus stellte sich später als falsch heraus; die Idee aber wurde von Corneil, Olariu und Stewart aufgegriffen und erfolgreich umgesetzt.
Ein mit `LexBFS` verwandter Algorithmus ist `min-LexBFS`. Beide Algorithmen verfolgen eine BFS-Strategie, wählen Knoten aber nach unterschiedlichen Kriterien. In Anlehnung an die Idee von Simon wird ein einfacher Linearzeitalgorithmus zur Erkennung von Proper-Intervallgraphen vorgestellt, der auf der dreifachen Anwendung von `min-LexBFS` beruht, wobei der zweite und dritte Durchlauf von den jeweils zuvor berechneten Ordnungen abhängen. Durch Angabe eines *Zertifikats* läßt sich die Entscheidung des Algorithmus leicht verifizieren: Im positiven Fall ist das Ergebnis eine Proper-Intervallordnung, im negativen Fall wird ein verbotener Untergraph gefunden. Unabhängig von dieser Arbeit hat Corneil ein ähnliches Resultat durch Verwendung von `LexBFS` erzielt.

Complexity of the Exact Domatic Number Problem and of the Exact Conveyor Flow Shop Problem

Tobias Riege Jörg Rothe
Institut für Informatik
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
40225 Düsseldorf, Germany
{riege, rothe}@cs.uni-duesseldorf.de

We prove that the exact versions of the domatic number problem are complete for the levels of the boolean hierarchy over NP. The domatic number problem, which arises in the area of computer networks, is the problem of partitioning a given graph into a maximum number of disjoint dominating sets. This number is called the domatic number of the graph. We prove that the problem of determining whether or not the domatic number of a given graph is *exactly* one of k given values is complete for $\mathrm{BH}_{2k}(\mathrm{NP})$, the $2k$th level of the boolean hierarchy over NP. In particular, for $k = 1$, it is DP-complete to determine whether or not the domatic number of a given graph equals exactly a given integer. Note that $\mathrm{DP} = \mathrm{BH}_2(\mathrm{NP})$. We obtain similar results for the exact versions of the conveyor flow shop problem, which arises in real-world applications in the wholesale business, where warehouses are supplied with goods from a central storehouse. Our reductions apply Wagner's conditions sufficient to prove hardness for the levels of the boolean hierarchy over NP.

Formelprobleme über endlichen Verbänden

Bernhard Schwarz
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Universität Würzburg

Abstract

Wir untersuchen die Komplexität von Problemen, die durch Formeln über endlichen Verbänden definiert sind. Ausgehend von einem fest vorgegebenen endlichen Verband $(V, \wedge, \vee)$ betrachtet man V-Formeln, die aus Konstanten von V, Variablen für Elemente von V und den Operationen $\wedge$ und $\vee$ aufgebaut sind. Das Erfüllbarkeitsproblem SAT_V ist dann wie folgt definiert: Gegeben eine V-Formel $F(x_1, \ldots, x_n)$ und ein $a \in V$, gibt es Elemente $a_1, \ldots, a_n \in V$ mit $F(a_1, \ldots, a_n) = a$?
Ausgehend von Birkhoffs Charakterisierung von distributiven Verbänden durch Verbotsmuster zeigen wir folgendes Dichotomie-Theorem: Ist der Verband V distributiv, so ist SAT_V in P, ist V jedoch nicht distributiv, so ist SAT_V immer NP-vollständig.
Anders verhält es sich mit dem Tautologieproblem TAUT_V: Gegeben sei wieder eine V-Formel $F(x_1, \ldots, x_n)$ und ein $a \in V$, und wir stellen die Frage, ob für alle $a_1, \ldots, a_n \in V$ gilt: $F(a_1, \ldots, a_n) = a$? Dieses Problem ist unabhängig von der Distributivität des betrachteten Verbandes in P.
Analog zu den quantifizierten Booleschen Formeln kann man nun auch quantifizierte Verbands-Formeln definieren. Für einen nicht-distributiven Verband erhält man auf diese Weise vollständige Probleme für verschiedene Klassen der Polynomialzeithierarchie und sogar für PSPACE. Ist der Verband jedoch distributiv, so sind die neuen Probleme alle in P.